

Evaluación de eficiencia técnica con análisis envolvente de datos en escuelas de Puerto Varas

Evaluation of technical efficiency with Data Envelopment Analysis (DEA) in schools in Puerto Varas

Bárbara Cecilia LOBOS CÁRDENAS¹ , **Luis Alfredo OJEDA SILVA²**  , **Leonardo PACHECO CARO³**  

1 Universidad Austral de Chile, Escuela de Ingeniería Comercial. Valdivia, Chile.

2 Universidad Austral de Chile. Instituto de Estadística. Valdivia, Chile.

3 Universidad Austral de Chile. Instituto de Administración. Valdivia, Chile.

Email: barbara.lobos@alumnos.uach.cl; lojeda@uach.cl; leonardopacheco@uach.cl

Resumen

Este estudio evalúa la eficiencia de 15 establecimientos educacionales de la comuna de Puerto Varas mediante el Análisis Envolvente de Datos (DEA), con el objetivo de optimizar el uso de recursos en la implementación de políticas educativas durante 2022. Se utilizaron datos del Ministerio de Educación y de la Agencia de Calidad de la Educación, aplicando modelos DEA con rendimientos constantes (CRS) y variables a escala (VRS), utilizando Excel y R. Los resultados muestran que seis unidades (DMUs 3, 4, 5, 7, 11 y 14) alcanzaron eficiencia total en ambos modelos. Nueve establecimientos presentaron eficiencia técnica únicamente bajo el modelo VRS, lo que indica dificultades relacionadas con la escala. Destacan las DMUs 1 y 6, que, pese a tener alta eficiencia técnica, presentan baja eficiencia global, reflejando rendimientos decrecientes. La DMU 1 requiere mejoras proporcionales (radiales) y específicas (holguras) principalmente en los outputs y2, y4, y5 e y6, evidenciando ineficiencia técnica bajo VRS. Aunque sobresale en el análisis de super eficiencia, su situación revela una escala sobredimensionada. En términos generales, los hallazgos muestran que la mayoría de las ineficiencias observadas en los establecimientos están más relacionadas con problemas de escala que con deficiencias en la gestión interna.

Palabras Clave

Eficiencia educativa, optimización de recursos, desempeño escolar, mejora continua

Abstract

This research assess the efficiency of 15 educational establishments under the jurisdiction of the Puerto Varas municipality using Data Envelopment Analysis (DEA); the aim was to analyze whether the use of resources related to the implementation of educational policies was optimized in 2022. Data from the Ministry of Education and the Quality Agency for Education were used, applying DEA models with constant returns to scale (CRS) and variable returns to scale (VRS), using Excel and R. The results show that six units (DMUs 3, 4, 5, 7, 11, and 14) are fully efficient under both approaches. Nine educational establishments show technical efficiency under VRS but not under CRS, indicating scale problems. Notable are DMUs 1 and 6, which present high technical efficiency but low overall efficiency, suggesting diminishing returns. DMU 1 requires proportional and specific improvements, especially in outputs y2, y4, y5 and y6, showing technical inefficiency under VRS. Although it is efficient in the super-efficiency analysis, its performance suggests an oversized scale. Findings indicate that much of the inefficiencies observed in the analyzed establishments are more related to scale issues than to failures in internal management.

Keywords

Educational efficiency, resource optimization, school performance, continuous improvement

Introducción

La gestión eficiente de los recursos públicos en educación representa uno de los principales desafíos para los gobiernos, especialmente en países marcados por altos niveles de desigualdad. En América Latina, y en particular en Chile, el aumento sostenido del gasto educativo no siempre ha derivado en mejoras proporcionales en la calidad del aprendizaje ni en la equidad del sistema (CEPAL, 2020; OECD, 2022; Bellei, 2015). Esta situación pone en duda la efectividad del uso de los recursos y evidencia brechas persistentes en planificación, asignación y seguimiento del gasto, dificultando así el avance hacia una educación inclusiva y de calidad.

En este contexto, evaluar la eficiencia técnica de los establecimientos educacionales adquiere una relevancia crucial. No se trata únicamente de cuánto se invierte, sino de cómo se utilizan los recursos disponibles y qué resultados se obtienen en términos de aprendizajes, permanencia y desarrollo integral del estudiantado. El concepto de eficiencia técnica, desarrollado inicialmente por Farrell (1957) y posteriormente aplicado en educación por Charnes, Cooper y Rhodes (1978), permite analizar la relación entre insumos (como matrícula, docentes o subvenciones) y productos (como tasas de aprobación o indicadores de desarrollo personal y social), proporcionando información útil para la toma de decisiones orientadas a mejorar la gestión educativa (López-Torres & Prior, 2020).

La comuna de Puerto Varas, ubicada en la Región de Los Lagos, en Chile, constituye un escenario particularmente interesante para este tipo de análisis. A pesar de presentar indicadores socioeconómicos relativamente favorables respecto al promedio nacional, persisten interrogantes sobre el desempeño técnico de sus establecimientos educacionales. Además, la coexistencia de distintos tipos de dependencia administrativa (municipal,

particular subvencionado y particular pagado) plantea dudas sobre posibles diferencias en eficiencia y resultados, lo cual refuerza la pertinencia de estudios locales que generen evidencia empírica útil para la gestión y planificación comunal.

Sin embargo, en Chile existe una escasa producción académica sobre eficiencia técnica educativa a escala comunal. La mayoría de los estudios se concentran en niveles macro (nacional o regional), lo que limita la posibilidad de diseñar políticas focalizadas que respondan a las realidades locales (Farren, Mizala & Romaguera, 2002; Contreras, 2001). Esta falta de información dificulta el monitoreo del desempeño real de los establecimientos y reduce la capacidad de intervención oportuna y eficaz por parte de los actores responsables.

Frente a ello, el presente estudio tiene por objetivo principal evaluar la eficiencia técnica de los establecimientos educacionales en la comuna de Puerto Varas, mediante la aplicación de modelos no paramétricos de Análisis Envolverte de Datos (DEA). A través de este enfoque, se busca identificar brechas de desempeño, factores asociados a la ineficiencia y posibles áreas de mejora para apoyar la toma de decisiones a nivel local.

En este sentido, contar con evidencia empírica sobre la eficiencia técnica de las escuelas en Puerto Varas puede contribuir tanto a la mejora de la gestión local como al debate más amplio sobre el uso eficaz de los recursos públicos en educación.

Las hipótesis de trabajo que guían este estudio plantean que los establecimientos educacionales que presentan rendimientos crecientes a escala obtendrán un incremento porcentual en los productos (tasa de aprobación, retirados e Indicadores de Desarrollo Personal y Social - IDPS) mayor al incremento porcentual en los insumos (matrícula de enseñanza básica, docentes totales, tasa alumno-profesor y subvención total). Asimismo, se espera que los modelos con rendimientos

variables a escala (VRS) identifiquen un mayor número de establecimientos eficientes en comparación con los modelos de rendimientos constantes (CRS).

En cuanto a la estructura de este trabajo, este se organiza en cinco apartados. En primer lugar, se presenta la revisión de la literatura, que se refiere a trabajos previos que se han desarrollado con foco en la eficiencia en centros educativos y sobre el concepto de eficiencia en sí mismo, que resulta pertinente y que concluye con las hipótesis de estudio. Posteriormente, se encuentra el apartado metodológico, que incluyendo aspectos relativos a la población y muestra de estudio, fuentes de datos y procedimientos de análisis, para cerrar con la presentación y discusión de los principales resultados y las conclusiones y recomendaciones del estudio.

Revisión de la Literatura

Trabajos previos

Durante su historia, el sistema educativo chileno ha enfrentado diversas reformas educacionales. Una de las más importantes y que tiene vigencia al de día hoy fue aprobada en 1981 por el gobierno de turno. Esta reforma tenía como objetivo la descentralización de la enseñanza, lo que significó la creación de la privatización de la educación y también incluía cambios en los financiamientos de los establecimientos educacionales, ya que el Estado comenzó a otorgar subvenciones según el promedio de alumnos que asisten a clases. Y es en este marco que se establecen tres tipos de establecimientos educacionales: colegios municipales públicos, colegios particulares subvencionados y colegios particulares pagados. (Mella, 2010).

Con el paso de los años, específicamente durante la década de 1990, bajo el gobierno del presidente Patricio Aylwin, se impulsó

una reforma educativa orientada a mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje. Esta reforma buscaba mejores condiciones tanto para los alumnos como para los docentes, mediante el fortalecimiento de la calidad y una distribución más equitativa de los recursos educativos. No obstante, casi 30 años después, y a pesar del aumento en la cobertura del sistema educativo chileno, no se han logrado avances significativos en términos de logro académico (Ministerio de Educación del Gobierno de Chile, 2017).

En este contexto, el contar con estudios que provean evidencia sobre la eficiencia con la que los centros educativos se encuentran utilizando los recursos puede ayudar a detectar brechas y espacios en los cuales aplicar líneas de acción tendientes al mejoramiento en el sector. Es así como diversos estudios han evaluado, en el contexto iberoamericano, la eficiencia en la educación en distintas zonas geográficas y utilizando herramientas de análisis, principalmente centradas en el Análisis Envolvente de Datos, lo que ha generado importantes contribuciones de carácter social y metodológico. La atención en esta área se ha incrementado en las décadas recientes, considerándose a la educación como un proceso de producción que cuenta con diferentes *inputs*, con los que se espera obtener diferentes *outputs*.

Domínguez (2020) estudia a diversos colegios españoles para el año 2012, diferenciando entre colegios públicos, privados y concertados y considerando también la localización geográfica de los establecimientos y el nivel educacional de los padres para construir perfiles que permiten evaluar la eficiencia del proceso educativo, apoyándose de modelos DEA para el análisis.

Por otra parte, enfocándose en centros de educación secundaria en Murcia, España, Gómez *et al.* (2003), y apoyándose también en DEA, determinan ratios de eficiencia para 17 centros educativos rela-

cionándolos con estudiantes que rindieron pruebas de acceso a la educación superior, logrando detectar causas de ineficiencia y realizando propuestas de mejoramiento para alcanzar mejores resultados.

En América Latina, Arévalo *et al.* (2021) revisan la eficiencia técnica de las instituciones de educación media en Colombia para el año 2016. En este país se han implementado diversos métodos que contribuyen a realizar mediciones de este tipo y, en este caso, a través del método DEA, y en un enfoque orientado hacia el *output*, se plantea un análisis del cual se concluye que las unidades de análisis que no presentan eficiencia técnica son las rurales y aquéllas que no forman parte de las principales ciudades de Colombia. En otro estudio centrado en Colombia, específicamente en la ciudad de Santa Marta, se obtiene que ciertas debilidades de las instituciones de educación se producen por razones de ineficiencia administrativa, así como también por razones vinculadas con la escala de operación (Escorcía, Visbal & Agudelo, 2015).

En un análisis también concentrado en Colombia, De Jorge *et al.* (2018) estudian la eficiencia, diferenciando entre escuelas de administración pública y privada con datos PISA 2012, también en Colombia. El enfoque que se utiliza es uno no paramétrico, metafrontera, y los hallazgos obtenidos destacan la influencia positiva que tienen sobre la eficiencia: la formación de los padres, el hecho de que el estudiante pertenezca a familias monoparentales o nucleares en vez de a otro tipo de tutela y la localización de la escuela, entre otros.

Para Chile, Donoso *et al.* (1999) analizan la eficiencia en la utilización de insumos en establecimientos educativos de la comuna de Talca. Las conclusiones del trabajo dan cuenta de que el Sistema de Medición de la Calidad de la Educación (SIMCE) – tradicional medida de evaluación de la calidad – no es un instrumento relevante al momento de medir

la eficiencia en la utilización de los recursos, respaldando los hallazgos con los resultados obtenidos a través de la utilización del método de fronteras estocásticas de producción.

Miranda y Araya (2003), a través de la metodología DEA, valorizan la eficiencia en escuelas rurales en la Región de Los Lagos, que reciben recursos en el marco de instancias promovidas por el Gobierno de Chile, como el Programa de Mejoramiento de la Calidad y la Equidad de la Educación (MECE), del Ministerio de Educación, que busca mejorar la calidad y la equidad en el sistema educativo a través de diversas estrategias y proyectos. Entre los resultados destacan que las escuelas con menor eficiencia técnica, en contraposición con las que son más eficientes, presentan debilidades en el número de estudiantes por aula, en los años de trayectoria de los docentes y en la importancia que en el establecimiento se le asigna al cambio pedagógico.

Por su parte, González y Fernández (2019), utilizan también el método DEA para evaluar la eficiencia técnica en establecimientos educacionales financiados con recursos públicos en el año 2013. El estudio considera como *inputs* a los recursos económicos que provee el Estado de Chile durante el período referido. Estos autores encuentran que existen diferencias importantes entre establecimientos, dependiendo de la procedencia del financiamiento, distinguiendo entre pública y privada, así como también que los establecimientos gratuitos que se encuentran bajo una administración privada son más eficientes que los que cuentan con una administración pública.

Con las consideraciones presentadas, este trabajo plantea la siguiente hipótesis de trabajo: los establecimientos educacionales que presentan rendimientos crecientes a escala obtendrán un incremento porcentual en los productos (tasa de aprobación, retirados e Indicadores de Desarrollo Personal y Social - IDPS) mayor al incremento porcentual en

los insumos (matrícula de enseñanza básica, docentes totales, tasa alumno-profesor y subvención total). Asimismo, se espera que los modelos con rendimientos variables a escala (VRS) identifiquen un mayor número de establecimientos eficientes en comparación con los modelos de rendimientos constantes (CRS).

Fundamentación conceptual

A continuación, se presentan los conceptos fundamentales relacionados con la eficiencia, los tipos de eficiencia y las herramientas metodológicas utilizadas para su evaluación, en particular el Análisis Envolvente de Datos (DEA).

Eficiencia

Mankiw (2012), señala que “la *eficiencia* significa que la sociedad extrae el máximo beneficio de sus recursos escasos” (p. 5). También Cultura S.A (1999), menciona que la eficiencia es el “nivel de logro en la realización de objetivos por parte de un organismo con el menor coste de recursos financieros, humanos y tiempo, o con máxima consecución de los objetivos para un nivel dado de recursos (financieros, humanos, entre otros.)” (p. 8). En otras palabras, eficiencia es el logro de objetivos para obtener los mejores resultados, es decir, producir el máximo rendimiento con el menor uso de recursos posibles, con la menor pérdida de tiempo, energía, esfuerzo y materia prima. En resumen, lograr las metas y/o objetivos con el menor uso de recursos posibles.

Tipos de eficiencia

Como se señala en González y Moreno (2018) y en el trabajo monográfico de Cohen

(2006), la eficiencia podría subdividirse en: eficiencia técnica, eficiencia precio y eficiencia global.

Eficiencia técnica (ET): Es la eficiencia que está marcada entre la relación de los insumos y productos, según las leyes de rendimientos a escala. También se refiere a que mide la capacidad de una unidad de toma de decisión (DMU) para alcanzar el rendimiento máximo (*outputs*) a partir de una combinación dada de insumos (*inputs*). Las siguientes expresiones muestran lo señalado.

$$ET = \frac{\text{Producción observada}}{\text{producción potencial (óptima)}}$$

o, en términos de insumos

$$ET = \frac{\text{Cantidad mínima de insumos necesarios}}{\text{Insumos observados}}$$

Nota: Los valores de ET son ≤ 1 , y cuánto más cercano a 1, más eficiente es la DMU

Eficiencia precio (o asignativa) (EP): mide la capacidad de la DMU para usar la combinación de insumos al menor costo posible, dadas sus precios. La siguiente expresión muestra lo señalado.

$$EP = \frac{\text{Costo mínimo (óptimo)}}{\text{Costo Observado}}$$

Donde el costo observado es $\sum p_i x_i$, con p_i el precio del insumo i , y x_i la cantidad usada. El costo mínimo es el costo que se hubiera incurrido si se hubieran usado insumos técnicamente eficientes y correctamente asignados.

La eficiencia global (o económica) (EG): se define como el producto entre eficiencia técnica y eficiencia precio, y varía entre 0 y 1.

$$EG = ET \times EP$$

O bien,

$$EG = \frac{\text{Cantidad mínima de insumos necesarios}}{\text{Insumos observados}} \times \frac{\text{Costo mínimo (óptimo)}}{\text{Costo Observado}}$$

Nota: Los valores de EG son ≤ 1 , y solo será igual a 1 cuando la unidad de toma de decisión sea eficiente técnica y asignativamente.

Es importante mencionar que este estudio consideró la eficiencia técnica, término que, en general, "permite medir la capacidad de una unidad para maximizar los resultados (*outputs*) de un proceso, a un nivel determinado de recursos (*inputs*)" (Buitrago *et al.*, 2017). En el marco de este trabajo, el establecimiento educacional será más eficiente técnicamente si produce mejores resultados académicos con la misma cantidad de recursos.

En el caso de Chile, estudios realizados anteriormente señalaron que los establecimientos educacionales que reciben financiamiento por parte del Estado son menos eficientes técnicamente, "lo que podría explicarse en diferencias intrínsecas de los establecimientos, como la capacidad de estos de seleccionar a sus estudiantes o las restricciones para controlar algunos recursos, etc." (Buitrago *et al.*, 2017).

Diversos autores mencionan la importancia de poder medir y analizar la eficiencia técnica. Farrell (1957) sostiene que "medir la eficiencia técnica es importante porque nos permite determinar si los productos se pueden aumentar simplemente aumentando la eficiencia, sin necesidad de aumentar los insumos". Asimismo, Farren *et al.* (2002) aseguran que "la medición de la eficiencia permite jerarquizar y evaluar las unidades de toma de decisión analizadas, lo que permite diseñar incentivos como mecanismo para premiar a las unidades de toma de decisión, así como política para aumentar la eficiencia".

Análisis Envolvente de Datos

El Análisis Envolvente de Datos (DEA, por sus siglas en inglés), es un método no paramétrico que utiliza combinaciones lineales de los datos observados de *inputs* y *outputs* para estimar una frontera de producción. En otras

palabras y según el enfoque de este trabajo, el Análisis Envolvente de Datos utiliza la población sujeta a estudio - en este caso los 15 establecimientos educacionales de la comuna de Puerto Varas - y se determina el resultado óptimo que cada establecimiento educacional puede lograr, el que tiene en consideración los niveles de recursos y los resultados de la población sujeta a estudio.

Algunas características de este tipo de técnica son que utilizan diferentes *inputs*, produciendo diferentes *outputs*. De forma particular, la unidad consume unidades del *input*, con lo cual produce unidades del *output*. Todos los establecimientos tienen al menos un *input* y un *output* (Fernández y González, 2019).

Los métodos para construir la frontera de producción se clasifican en paramétricos y no paramétricos, según se requieran o no establecer una forma funcional que relacionen las entradas con las salidas. En el caso de los métodos paramétricos, la forma funcional completa puede ser del tipo Cobb-Douglas, elasticidad de sustitución constante (CES, por sus siglas en inglés) y la función *translog*. En los métodos no paramétricos, como es el caso de análisis envolvente de datos no se requiere conocer la forma funcional para estimar o construir la función de posibilidad de producción.

Caracterización de los modelos DEA

En la literatura se pueden identificar cuatro modelos: CCR, BCC, multiplicativos y aditivos. Los dos más utilizados para el análisis son los que se describen a continuación.

"Modelos CCR, que supone rendimientos a escala constantes. Fueron establecidos por Charnes, Cooper y Rhodes (1978) como programas fraccionales lineales que pueden ser formulados y resueltos como programas lineales" (Cohen, 2010, p. 8).

"Modelos BCC, que estiman la frontera de producción con rendimientos variables,

haciendo posibles rendimientos a escala constantes, crecientes y decrecientes en diferentes tramos de aquella” (Cohen, 2010, p. 8).

En ambos tipos de modelos se pueden distinguir dos orientaciones: *output* e *input*. La primera se ocupa del máximo movimiento

hacia la frontera vía proporcional aumento de los *outputs*, mientras que la segunda se centra en el máximo movimiento hacia la frontera a través de una reducción proporcional de los *inputs*. (Cohen, 2010, p. 8). La *Tabla 1* muestra un cuadro comparativo entre ambos modelos.

Tabla 1. Cuadro comparativo Modelos DEA: CCR y BCC

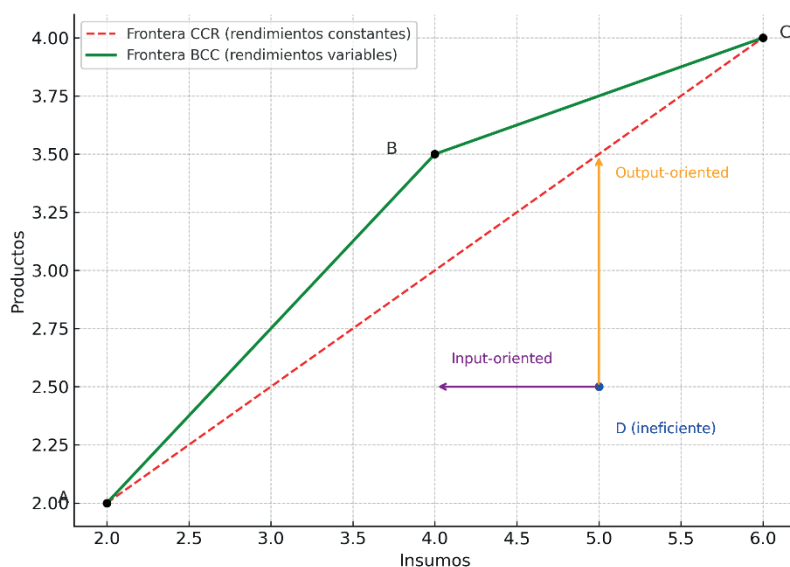
Característica	Modelo CCR	Modelo BCC
Autores	Charnes, Cooper y Rhodes (1978)	Banker, Charnes y Cooper (1984)
Rendimientos a escala	Constantes (CRS)	Variables (VRS): constantes, crecientes o decrecientes
Forma matemática	Programación lineal con restricción de convexidad implícita	Agrega una restricción adicional para convexidad
Uso recomendado	Cuando se asume que todas las unidades operan a escala eficiente	Cuando hay evidencia de que las unidades operan a distinta escala
Frontera de eficiencia	Envolvente con rendimientos constantes	Envolvente más ajustada y flexible
Medición de eficiencia	Técnica pura y de escala combinadas	Separa eficiencia técnica pura de eficiencia de escala
Orientaciones posibles	<i>Input/Output</i>	<i>Input/Output</i>

Fuente: Elaboración propia con base en Charnes *et al.* (1978), Banker *et al.* (1984), Farrell (1957) y Cohen (2010)

La *Figura 1*, muestra la frontera de eficiencia con rendimientos variables a escala (VRS) para el modelo BCC y la frontera de efi-

ciencia con rendimientos constantes a escala (CRS) del modelo CCR.

Figura 1. Frontera de eficiencia según modelos CCR y BCC, con orientaciones input y output.



Fuente: Elaboración propia basada en Podinovski y Emrouznejad (2009)

En la Figura 1 se comparan las fronteras de eficiencia bajo los modelos DEA CCR y BCC. La línea roja punteada representa la frontera CCR, que asume rendimientos constantes a escala, mientras que la línea verde muestra la frontera BCC, que permite rendimientos variables a escala. Las DMU A, B y C se ubican sobre la frontera BCC, por lo tanto, son eficientes técnicamente. Sin embargo, solo A y C son también eficientes bajo el modelo CCR. La DMU D es ineficiente, ya que se encuentra por debajo de ambas fronteras. Las orientaciones *input* y *output* se representan mediante flechas, destacando las direcciones posibles de mejora (Podinovski & Emrouznejad, 2009).

En conclusión, el modelo BCC es más flexible y detecta eficiencia técnica pura, mientras que el modelo CCR es más exigente, ya que también evalúa si la DMU opera a una escala óptima. Así, una DMU puede ser eficiente bajo BCC, pero ineficiente bajo CCR, lo cual indica ineficiencia de escala (Podinovski & Emrouznejad, 2009).

En esta investigación, se utilizó el modelo BCC, dado que ya se tienen valores establecidos por cada variable y establecimiento educacional, y el objetivo de esto es poder maximizar los resultados en cada institución educativa. Esto se debe a que se supone que el control sobre los recursos no es tan estricto como la búsqueda de mejores resultados. "Es necesario mencionar que las DMUs más eficientes son aquellas que se sitúan en la frontera eficiente" (Farren, et al., 2002).

La formulación matemática del modelo aplicado para medir la eficiencia de los 15 establecimientos educacionales de enseñanza básica (DMUs) del municipio de Puerto Varas esta dado por la Ecuación 1.

Ecuación 1

$$\text{Max } \theta_{01}$$

Sujeto a

$$\lambda_1 x_{11} + \lambda_2 x_{12} + \dots + \lambda_{15} x_{115} \leq x_{10}$$

$$\lambda_1 x_{21} + \lambda_2 x_{22} + \dots + \lambda_{15} x_{215} \leq x_{20}$$

$$\lambda_1 x_{31} + \lambda_2 x_{32} + \dots + \lambda_{15} x_{315} \leq x_{30}$$

$$\lambda_1 x_{41} + \lambda_2 x_{42} + \dots + \lambda_{15} x_{415} \leq x_{40}$$

$$\lambda_1 y_{11} + \lambda_2 y_{12} + \dots + \lambda_{15} y_{115} \leq y_{10}$$

$$\lambda_1 y_{21} + \lambda_2 y_{22} + \dots + \lambda_{15} y_{215} \leq y_{20}$$

$$\lambda_1 y_{31} + \lambda_2 y_{32} + \dots + \lambda_{15} y_{315} \leq y_{30}$$

⋮

⋮

$$\lambda_1 y_{61} + \lambda_2 y_{62} + \dots + \lambda_{15} y_{615} \leq y_{60}$$

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_{15} = 1$$

donde x_{ij} representa la cantidad del *input* 1 (Matrícula Enseñanza Básica) utilizado por la unidad j ($j=1, 2, \dots, 15$); x_{2j} es la cantidad de *input* 2 (Docentes totales) utilizado por la unidad j ($j=1, 2, \dots, 15$); x_{3j} es la cantidad de *input* 3 (Relación alumno/profesor) utilizado por la unidad j ($j=1, 2, \dots, 15$); x_{4j} es la cantidad de *input* 4 (Subvención total) utilizado por la unidad j ($j=1, 2, \dots, 15$); y_{1j} es la cantidad del *output* 1 (Tasa aprobación) obtenido por la unidad j ($j=1, 2, \dots, 15$); y_{2j} la cantidad de *output* 2 (Tasa deserción) obtenida por la unidad j ($j=1, 2, \dots, 15$); y_{3j} es cantidad de *output* 3 (Autoestima) obtenida por la unidad j ($j=1, 2, \dots, 15$); y_{4j} es cantidad de *output* 4 (Clima de convivencia escolar) obtenida por la unidad j ($j=1, 2, \dots, 15$); y_{5j} es cantidad de *output* 5 (Participación y formación ciudadana) obtenida por la unidad j ($j=1, 2, \dots, 15$); y_{6j} es cantidad de *output* 6 (Hábitos de vida saludable) obtenida por la unidad j ($j=1, 2, \dots, 15$); λ_j ($j=1, 2, \dots, 15$) las ponderaciones que se aplican para obtener las unidades ficticias con las que se comparan cada uno de las DMUs cuya eficiencia se trata de medir y $1/q_0$ representa el coeficiente de eficiencia relativa de la DMU que se está valorando, que se indica en cada ecuación por el subíndice 0 (entonces x_{i0} ($i=1, 2, 3, 4$) y y_{j0} ($j=1, 2, \dots, 6$) representan las cantidades de *input* i y de *output* j , respectivamente, que son utilizadas por la DMU que se está valorando. Se tiene que resolver, por tanto, un programa de maximización por cada una de las 15 DMUs que se están estudiando. La utilización de este modelo implica que los

coeficientes de eficiencia obtenidos tomarán un valor igual o inferior a 1. Un coeficiente de valor unitario indicará que la DMU considerada obtiene la máxima producción posible a partir de los recursos de que dispone y de las condiciones bajo las que actúa y que, por tanto, es eficiente. Un coeficiente de eficiencia $1/q_0$ inferior a la unidad por su parte será reflejo de que la DMU en consideración podría incrementar su producción en una proporción $(q_0 - 1)$ sin alterar su nivel de recursos y con estudiantes similares. Por esta razón, un coeficiente inferior a la unidad indica ineficiencia técnica. En definitiva, la medida de la eficiencia obtenida en la resolución del modelo anterior revela la cantidad máxima de *output* que la DMU podría alcanzar, sobre los que realmente obtiene, sin consumir recursos adicionales y en sus condiciones actuales, si se comportara de forma eficiente: la diferencia a 100 del coeficiente de eficiencia indica la pérdida potencial de *outputs* debida a la utilización no eficiente de los recursos disponibles.

Función de posibilidad de producción

En economía, se emplea el concepto de función de posibilidad de producción, también llamada frontera de posibilidades de producción, para ilustrar diversas combinaciones de producción que una economía puede lograr con una cantidad de recursos y tecnologías específicas. Esta función de posibilidad de producción "señala la cantidad máxima de producción posible de un bien para cada cantidad del otro en base a las dotaciones de factores y tecnología disponibles" (De Pablo, 1971, p. 153).

Materiales y Métodos

La investigación es cuantitativa, no experimental, observacional, descriptiva y transversal. No experimental dado que las unidades de toma de decisión no fueron elegidas

al azar. Es observacional descriptiva, puesto que, se describió, registró y caracterizó las variables observadas. Y de tipo transversal porque es una observación sin seguimiento, en un momento del tiempo, determinándose los efectos en el periodo considerado.

Población de estudio

Los datos que forman parte de la matriz inicial para el análisis de eficiencia técnica proceden de la selección de una población objetivo-compuesta por 32 establecimientos educacionales municipales de la comuna de Puerto Varas. La muestra de establecimientos educacionales, después de depurada la base de datos, quedó conformado por 15 centros de enseñanza.

Los datos fueron obtenidos desde el Servicio Local de Educación Pública Llanquihue (SLEP), institución pública, que se rige por la ley de transparencia. Además, el artículo 10 de esta ley señala que "Toda persona tiene derecho a solicitar y recibir información de cualquier órgano de la Administración del Estado, en la forma y condiciones que establece esta ley" (Ley No.20285, 2008, 1-19). El procesamiento de los datos obtenidos se realizó mediante la planilla de hoja de cálculo Excel, mientras que para la obtención de resultados se utilizó el *software* estadístico R versión 4.3.2 (R Core Team, 2024).

Criterios de exclusión e inclusión

A continuación, se presentan los criterios de exclusión e inclusión que resultaron fundamentales en la selección de los 15 establecimientos educacionales de la comuna de Puerto Varas.

Es importante señalar que algunas unidades de toma de decisión fueron excluidas por los siguientes criterios: 3 establecimientos educacionales particulares fueron excluidos

por no recibir financiamiento del Estado, y 9 establecimientos educacionales se descartaron por ser de tipo subvencionado particular. Asimismo, se excluyó una escuela de educación especial, y finalmente, se descartan 2 establecimientos educacionales de educación básica y media por no contar con información clasificada por cada nivel de enseñanza. Hay que señalar que los criterios de inclusión de estos 15 centros de enseñanza son los siguientes: deben estar ubicados dentro de la comuna de Puerto Varas, estos deben ser

establecimientos educacionales de enseñanza básica y al mismo tiempo, deben recibir financiamiento completo por parte del Estado.

Se presenta la [Tabla 2](#) con la definición detallada de *inputs* y *outputs* que fueron empleados para la construcción de la matriz inicial. Hay que considerar que el Indicador de Desarrollo Personal y Social incluye las siguientes variables: autoestima académica y motivación escolar, clima de convivencia escolar, participación y formación ciudadana y hábitos de vida saludable.

Tabla 2. Indicadores de inputs y outputs

Variable	Dimensiones	Definición Conceptual	Definición Operacional	Indicadores	Instrumento / Fuente	Escala de Medición / Unidad
INPUTS						
Matrícula en enseñanza básica	una	Cantidad de estudiantes inscritos en el nivel de enseñanza básica en un año determinado.	Número total de estudiantes registrados en enseñanza básica según fuente oficial (por curso, sexo, año).	Número total de estudiantes matriculados	Bases de datos MINE-DUC / SLEP Llanquihue	Escala de razón / Número absoluto
Docentes totales	una	Total de profesionales que ejercen labores docentes en un establecimiento educacional durante un año determinado.	Conteo total de docentes contratados, según registros oficiales por establecimiento.	Número total de docentes en el establecimiento	Bases de datos MINE-DUC / SLEP Llanquihue	Escala de razón / Número absoluto de personas
Tasa alumno-profesor	una	Indicador que representa el número promedio de estudiantes que le corresponde atender a cada docente.	Cociente entre el número total de estudiantes matriculados y el número total de docentes en un establecimiento.	Promedio de estudiantes por docente	Bases de datos MINE-DUC / SLEP Llanquihue	Escala de razón / Número promedio (alumnos por docente)
Subvención total	una	Recursos monetarios entregados por el Estado a un establecimiento educacional para financiar su funcionamiento.	Suma total de aportes estatales percibidos en un año, incluyendo subvenciones por alumno, ruralidad, SEP u otras.	Monto total de subvención recibida	Bases de datos MINE-DUC / SLEP Llanquihue	Escala de razón / Monto en pesos chilenos (CLP)
OUTPUTS						
Tasa de aprobación	una	Proporción de estudiantes que aprueban el año escolar respecto del total de matriculados con asistencia evaluable.	Cociente entre el número de estudiantes aprobados y el total de estudiantes evaluados en un año escolar, multiplicado por 100.	Porcentaje de estudiantes promovidos	Bases de datos MINE-DUC / SLEP Llanquihue	Escala de razón / Porcentaje (%)
Tasa de deserción	una	Proporción de estudiantes que no se reinscriben en el año escolar siguiente y no egresan ni se titulan.	Cociente entre el número de estudiantes que desertan y el total de estudiantes en condiciones de continuar, multiplicado por 100.	Porcentaje de estudiantes que abandonan el sistema escolar	Bases de datos MINE-DUC / SLEP Llanquihue	Escala de razón / Porcentaje (%)
Indicador de Desarrollo Personal y Social (IDPS)	Clima de convivencia escolar	Mide la calidad de la convivencia y el respeto mutuo en el establecimiento.	Promedio de respuestas en ítems de cuestionario aplicados a estudiantes y docentes sobre convivencia.	Percepción de relaciones entre estudiantes y profesores	Cuestionarios Agencia de Calidad de la Educación	Escala de razón / Puntaje 0-100

Variable	Dimensiones	Definición Conceptual	Definición Operacional	Indicadores	Instrumento / Fuente	Escala de Medición / Unidad
	Participación y formación ciudadana	Evalúa la participación de estudiantes en decisiones escolares.	Porcentaje de estudiantes que declaran participar en instancias como centros de alumnos o consejos escolares.	Grado de participación en actividades democráticas	Cuestionarios Agencia de Calidad de la Educación	Escala de razón / Puntaje 0-100
	Hábitos de vida saludable	Evalúa prácticas saludables en el entorno escolar y familiar.	Respuestas sobre frecuencia de actividad física y alimentación saludable declaradas por estudiantes.	Actividad física semanal / Alimentación saludable	Cuestionarios Agencia de Calidad de la Educación	Escala de razón / Puntaje 0-100
	Autoestima académica y motivación	Mide la confianza y motivación del estudiante frente al estudio.	Promedio de ítems relacionados con percepción del logro, esfuerzo y sentido del estudio en cuestionarios.	Valoración de las propias capacidades de aprendizaje	Cuestionarios Agencia de Calidad de la Educación	Escala de razón / Puntaje 0-100

Fuente: Elaboración propia a partir de datos de la Agencia de la Calidad de la Educación (s.f) y de Miranda y Araya (2003).

Fuente de datos

Respecto a las fuentes de datos, estas son de tipo secundario, ya que provenían de bases de datos ya existentes, del gobierno y no fueron analizadas directamente en cada establecimiento educacional.

Al ser establecimientos educacionales municipales todos los datos fueron obtenidos a través de bases de datos abiertas gratuitas que se encuentran disponibles en página *web* del Ministerio de Educación. Por otro lado, los Indicadores de Desarrollo Personal y Social se obtuvieron desde la Agencia de Calidad de la Educación.

Análisis y Resultados

A continuación, con las variables ya definidas se procedió a calcular la eficiencia de los establecimientos educacionales, en los que se utilizó rendimientos de escala constantes (CRS), rendimientos no crecientes a escala (NIRS) y rendimientos variables a escala (VRS).

Eficiencia de los establecimientos educacionales y aplicación de los modelos

En este apartado, se presentan los porcentajes de eficiencia obtenidos por cada establecimiento educacional en la [Tabla 3](#). Las columnas CRS y VRS exhiben los resultados correspondientes a cada modelo.

Tabla 3. Resultados de la aplicación de los modelos

N°	DMU	Eficiencia				Referencia		Apariciones		Hendimiento	Modelo super eficiencia
		CRS	VRS	EE	NIRS	CRS	VRS	CRS	VRS	CRS	CRS
		%	%	%	%						%
1	DMU 1	33,060	98,042	33,718	98,042	3, 11	3			Decreciente	
2	DMU 2	41,462	99,998	41,463	100	3, 11, 14	3, 5, 11			Decreciente	
3	DMU 3	100	100	100	100			7	6	Constante	43
4	DMU 4	100	100	100	100			5	0	Constante	99

N°	DMU	Eficiencia				Referencia		Apariciones		Hendimiento	Modelo super eficiencia
		CRS	VRS	EE	NIRS	CRS	VRS	CRS	VRS	CRS	CRS
5	DMU 5	100	100	100	100				4	Constante	90
6	DMU 6	55,212	99,315	55,592	99,315	3, 11, 14	3, 11			Decreciente	
7	DMU 7	100	100	100	100				3	Constante	91
8	DMU 8	65,791	98,773	66,608	98,773	3, 11	3, 11			Decreciente	
9	DMU 9	70,149	97,368	72,045	97,368	3, 4, 9	5, 7, 11			Decreciente	
10	DMU 10	91,766	99,998	91,768	100	3, 4, 11	3, 5, 7, 11			Decreciente	
11	DMU 11	100	100	100	100			9	7	Constante	72
12	DMU 12	99,099	99,998	99,101	100	4, 11	5, 7, 11			Decreciente	
13	DMU 13	80,508	99,998	80,510	100	3, 11	3, 11			Decreciente	
14	DMU 14	100	100	100	100	4, 11		3	1	Constante	94
15	DMU 15	78,530	100	78,530	100				0	Decreciente	

Fuente: elaboración propia a partir de bases de datos ministeriales, procesados a través de software Rstudio

Nota: DMU 1 Colegio Mirador del Lago, DMU 2 Escuela Grupo Escolar, DMU 3 Escuela Particular N°199 Línea Cruzada, DMU 4 Escuela Particular N°203 Alberto Droppelmann, DMU 5 Escuela Particular N°206 María Dolores, DMU 6 Escuela Rural Colonia Río Sur, DMU 7 Escuela Rural Cristo Rey, DMU 8 Escuela Rural Epton de Ensenada, DMU 9 Escuela Rural Hardy Minte Bartsch, DMU 10 Escuela Rural José Werner Meixner, DMU 11 Escuela Rural la Península, DMU 12 Escuela Rural las Camelias, DMU 13 Escuela Rural Reinaldo Raddatz Harrich, DMU 14 Escuela Rural Ricardo Roth Schutz, DMU 15 Escuela Rural Santa María.

Las columnas de la tabla representan: CRS (*Constant Returns to Scale*): Eficiencia técnica bajo rendimientos constantes a escala, VRS (*Variable Returns to Scale*): Eficiencia técnica bajo rendimientos variables a escala, EE (Eficiencia pura): Se obtiene dividiendo CRS entre VRS, e indica eficiencia "pura", sin el efecto escala, NIRS (*Non-Increasing Returns to Scale*): Medida bajo el supuesto de rendimientos no crecientes, si el valor es 100 %, no hay evidencia de rendimientos crecientes, Referencias: Las DMU eficientes que sirven como *benchmark* (punto de comparación) para cada DMU, Apariciones: en cuántas ocasiones una DMU aparece como referencia para otras, Rendimiento CRS: Indica si la unidad opera con rendimiento: a) constante, lo que significa que no hay efecto de escala, b) decreciente, si tiene demasiados recursos y podría operar igual de bien a menor escala, la última columna muestra el Modelo de super eficiencia (CRS) el cual evalúa cuánto podría "superar"

la frontera una DMU eficiente sin dejar de serlo y se aplica solo a DMUs eficientes bajo CRS.

De la tabla anterior se desprende que hay 6 DMUs 3; 4; 5; 7; 11; y 14 que son completamente eficientes bajo CRS y VRS, es decir, operan en la frontera de eficiencia y no necesitan ajustes en inputs/outputs, además, tienen rendimientos constantes a escala, por lo tanto, están operando en el nivel de escala óptimo. Existen 9 unidades que son eficientes en términos de gestión (VRS = 100 %) pero ineficientes en escala (CRS < 100 %).

El análisis de super eficiencia permite distinguir entre las unidades eficientes, y, por ejemplo, destacan las DMU 1 y 2 como más "super eficientes" que otras.

Las DMUs eficientes bajo VRS (CRS < 100 %) son la: DMU 1 (CRS = 33 %, VRS = 98 %): significa que internamente es casi eficiente (solo 2% de mejora potencial), pero no lo es en relación con su escala de producción (escala no óptima), esto ocurre también en las DMUs 2; 6; 8; 9; 10; 12; 13; y 15. En estos casos, la

ineficiencia está atribuida al tamaño de la operación, no a la gestión. Referente a la Eficiencia pura (EE) en estos casos es relativamente alta. Casi todas las DMUs ineficientes operan bajo rendimientos decrecientes a escala, es decir, si redujeran su tamaño, podrían mejorar su eficiencia, esto indica que muchas unidades están sobredimensionadas respecto a lo óptimo.

Las DMUs técnicamente eficientes bajo VRS pero no bajo CRS, son las DMUs 1; 2; 6; 8; 10; 12; 13; y 15 las cuales alcanzan una eficiencia técnica bajo VRS (100 %), pero no bajo CRS.

Esto sugiere que estas unidades son eficientes dado su tamaño actual, pero podrían estar operando con rendimientos a escala no óptimos, mayormente decrecientes, según la columna de rendimiento.

En lo referente a la ineficiencia bajo ambos modelos, la DMU 9 muestra menor eficiencia tanto en CRS como en VRS (70 % y 97 %, respectivamente), lo que podría abrir un espacio para mejoras sustanciales.

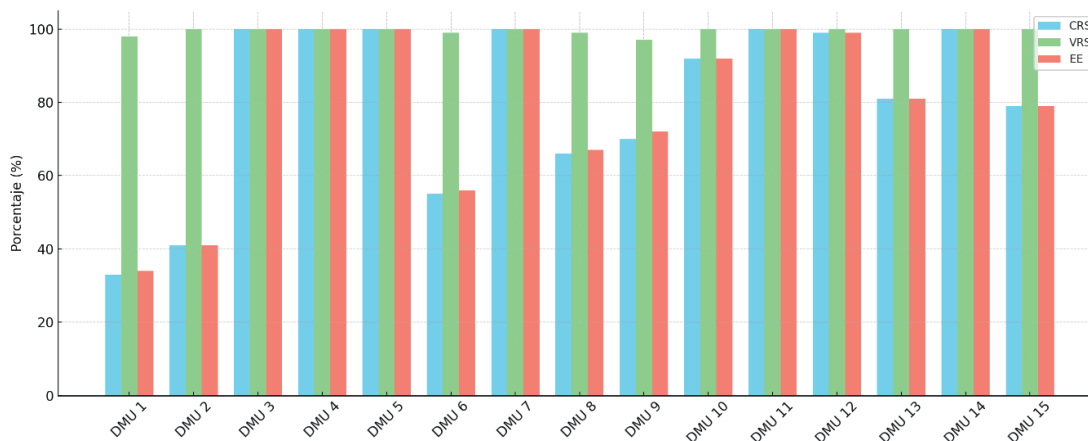
En lo que respecta al Análisis de *benchmarks*, las DMUs 3 y 11 aparecen frecuen-

temente como referencias (7 y 9 veces respectivamente). Lo que significa que son DMUs modelos, es decir, tienen buena gestión, buena escala y sirven de ejemplo para otros establecimientos educacionales. Estas referencias indican qué unidades eficientes se usaron como comparación (combinación convexa) para proyectar a la DMU evaluada hacia la frontera.

Finalmente, se realiza la comparación entre eficiencia técnica pura (VRS) y eficiencia global (CRS). Se observa la brecha entre CRS y VRS reflejando una ineficiencia por escala. Por ejemplo: La DMU 1, tiene un valor para CRS de 33 % y para VRS de un 98 %, indicando con esto mucha ineficiencia por escala. Por otro lado, la DMU 6, tiene un valor de CRS de 55 % y la VRS de un 99 %, indicando con esto también que es afectada por rendimientos decrecientes.

La Figura 1, muestra un gráfico de barras comparativo de eficiencia técnica bajo retornos constantes y variables de escala.

Figura 1. Gráfico de barras comparativo de eficiencia técnica bajo retornos constantes a escala (CRS) y variables a escala (VRS) de 15 unidades de decisión (DMUs).



Fuente: Elaboración propia con base en resultados del modelo DEA, proporcionado por software RStudio

Nota: DMU1 Colegio Mirador del Lago, DMU 2 Escuela Grupo Escolar, DMU 3 Escuela Particular N°199 Línea Cruzada, DMU 4 Escuela Particular N°203 Alberto Droppelmann, DMU 5 Escuela Particular N°206 María Dolores, DMU 6 Escuela Rural Colonia Río Sur, DMU 7 Escuela Rural Cristo Rey, DMU 8 Escuela Rural Epsón de Ensenada, DMU 9 Escuela Rural Hardy Minte Bartsch, DMU 10 Escuela Rural José Werner Meixner, DMU 11 Escuela Rural la Península, DMU 12 Escuela Rural las Camelias, DMU 13 Escuela Rural Reinaldo Raddatz Harrich, DMU 14 Escuela Rural Ricardo Roth Schutz, DMU 15 Escuela Rural Santa María

En la Figura 1, se observa las barras que son más altas en VRS (100 %) pero bajas en CRS y que corresponden a las DMU 1, DMU 2, DMU 6, DMU 8 y la DMU 9, están indicando que las unidades son eficientes en el uso de insumos dados sus tamaños actuales, pero no están operando en una escala óptima. El bajo valor de CRS refleja ineficiencia por escala (como lo confirma su rendimiento decreciente en la tabla).

Considerando las barras iguales (de igual tamaño o altura) para CRS y VRS (100 %), se tienen a las DMU 3, DMU 4, DMU 5, DMU 7, DMU 11, DMU 14. Estas DMUs son plenamente eficientes y operan a una escala óptima, es decir, no hay diferencia entre CRS y VRS, por tanto, su eficiencia de escala (EE) también es 100 %.

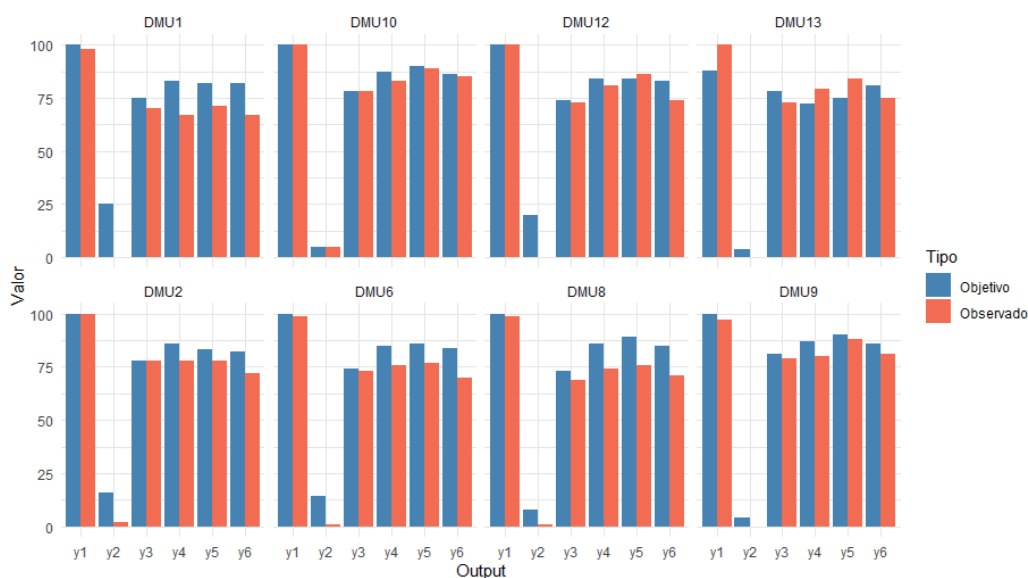
Referente a las barras con diferencias intermedias, se tiene a las DMU 10, DMU 12, DMU 13, DMU 15, las cuales presentan buena eficiencia técnica pura (VRS = 100 %), pero

cierta ineficiencia por escala, aunque menor que en los casos más críticos.

Resumiendo, en el modelo VRS se tiende a mostrar más DMUs como eficientes (muchas alcanzan 100%), ya que flexibiliza la forma de la frontera, el modelo CRS es más estricto al exigir eficiencia también en la escala de operación y la eficiencia de escala (EE) ayuda a entender qué parte de la ineficiencia se debe a la escala y cuál al mal uso de recursos.

La Figura 2, muestra un gráfico de barras comparativo entre los *outputs* observados y los *outputs* objetivos, este gráfico se realiza para conocer qué tanto se aleja la DMU de la eficiencia. Los *outputs* observados son los valores actuales que produce cada DMU y los *outputs* objetivos son los valores que debería estar produciendo esa misma DMU para ser considerada eficiente, manteniendo sus mismos *inputs*, es decir, cuánto más debería estar produciendo esta unidad con los recursos que ya tiene.

Figura 2. Gráfico de barras comparativo *outputs* vs *Objetivos*



Fuente: Elaboración propia con base en resultados del modelo DEA, proporcionado por software RStudio

Nota: DMU1 Colegio Mirador del Lago, DMU 2 Escuela Grupo Escolar, DMU 3 Escuela Particular N°199 Línea Cruzada, DMU 4 Escuela Particular N°203 Alberto Droppelmann, DMU 5 Escuela Particular N°206 María Dolores, DMU 6 Escuela Rural Colonia Río Sur, DMU 7 Escuela Rural Cristo Rey, DMU 8 Escuela Rural Epsón de Ensenada, DMU 9 Escuela Rural Hardy Minte Bartsch, DMU 10 Escuela Rural José Werner Meixner, DMU 11 Escuela Rural la Península, DMU 12 Escuela Rural las Camelias, DMU 13 Escuela Rural Reinaldo Raddatz Harrich, DMU 14 Escuela Rural Ricardo Roth Schutz, DMU 15 Escuela Rural Santa María. *Outputs*: y1= aprobados, y2=deserción, y3=autoestima, y4=convivencia, y5=participación, y6=hábitos

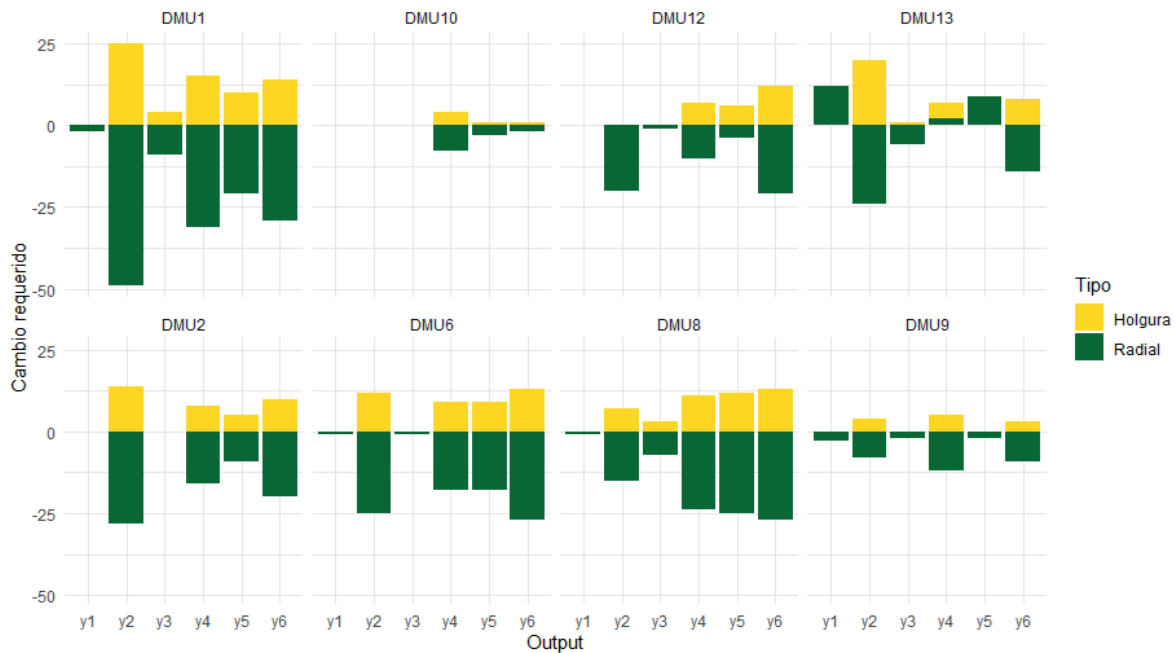
En la *Figura 2*, las barras azules (*outputs observados*) muestran el nivel de output actualmente producido por la DMU, y las barras rojas (*outputs objetivos*) señalan el nivel de *output* que esa misma DMU debería alcanzar para ser eficiente. Cuanto mayor es la diferencia entre barras rojas y azules, mayor el potencial de mejora en ese *output*.

La DMU1 tiene importantes brechas en y2, y4, y5, y y6, donde los valores observados están muy por debajo de los objetivos. Esto sugiere que necesita mejorar significativamente su desempeño en esos indicadores (deserción, convivencia, participación y hábitos). La DMU 2, tiene un comportamiento similar a DMU 1 con y2, y4, y5 y y6 como puntos críticos, en y1

(aprobados), ya está en el objetivo. En lo que respecta a la DMU 10, esta muy cercana al objetivo en todos los outputs, presenta eficiencia alta o en la frontera. La DMU 13, tiene un comportamiento "curioso", tiene que disminuir y1 (aprobados) de 100 a 88, esto se puede deber a un output no deseado o con un óptimo limitado, o bien está sobre produciendo sin necesidad.

La *Figura 3*, muestra un gráfico de barras comparativo entre los movimientos radiales y de holgura, este gráfico se realiza para identificar cuánto debe mejorar una DMU para ser eficiente. Estos movimientos radiales indican cuánto tiene que cambiar una DMU (unidad analizada) en sus *inputs* y/o *outputs* para alcanzar la frontera eficiente.

Figura 3. Gráfico de barras comparativo Movimiento Radial y Holgura



Fuente: Elaboración propia con base en resultados del modelo DEA, proporcionado por software RStudio

Nota: DMU1 Colegio Mirador del Lago, DMU 2 Escuela Grupo Escolar, DMU 3 Escuela Particular N°199 Línea Cruzada, DMU 4 Escuela Particular N°203 Alberto Droppelmann, DMU 5 Escuela Particular N°206 María Dolores, DMU 6 Escuela Rural Colonia Río Sur, DMU 7 Escuela Rural Cristo Rey, DMU 8 Escuela Rural Epon de Ensenada, DMU 9 Escuela Rural Hardy Minte Bartsch, DMU 10 Escuela Rural José Werner Meixner, DMU 11 Escuela Rural la Península, DMU 12 Escuela Rural las Camalias, DMU 13 Escuela Rural Reinaldo Raddatz Harrich, DMU 14 Escuela Rural Ricardo Roth Schutz, DMU 15 Escuela Rural Santa María. *Outputs*: y1= aprobados, y2=deserción, y3=autoestima, y4=convivencia, y5=participación, y6=hábitos. El movimiento radial (color más oscuro), representa la mejora proporcional que debe hacer la DMU en todos los *outputs* y la holgura (color verde oscuro), representa el "exceso" o "déficit" adicional que no se explica por el cambio radial. Es un ajuste individual para cada *output*.

La DMU 1 presenta ambos tipos de mejora, por lo que necesita incrementar proporcionalmente todos sus *outputs* (mejora radial) y, además, realizar ajustes individuales (holguras), con especial atención en y2, y4, y5 y y6. La DMU 2 requiere una mejora general amplia, con ajustes importantes en los mismos *outputs*. La DMU 6 muestra una leve necesidad de mejora radial, pero requiere correcciones puntuales en y2, y4 y y5. La DMU 8 necesita ajustes moderados, especialmente en y4, y5 y y6, con presencia de holguras leves. La DMU 9 exige principalmente mejoras proporcionales, con menor incidencia de holguras, y debe enfocarse en y2 y y6. Por su parte, la DMU 10 se considera prácticamente eficiente, sin necesidad de mejoras significativas. La DMU 12 presenta importantes ajustes por holgura, sobre todo en y6, lo que implica que, aunque mejore proporcionalmente, aún requiere mejoras individuales para alcanzar la eficiencia. Finalmente, la DMU 13 evidencia una posible sobreproducción en y1, lo que sugiere que debe reducir *outputs* innecesarios para mejorar su eficiencia; se encuentra cercana a la frontera eficiente, pero con cierto sobredimensionamiento.

Discusión y Conclusiones

Aplicado el método DEA, es posible afirmar que los establecimientos educativos considerados ineficientes tienen la capacidad de mejorar su rendimiento en ciertos *inputs* u *outputs* utilizados. Esta mejora puede desempeñar un papel facilitador significativo en los procesos de toma de decisiones y en la planificación de recursos por parte de las entidades gubernamentales. Por lo tanto, es necesario evaluar si los recursos entregados por el Estado mediante subvenciones son bien justificados o no.

Este estudio puede ser relevante para identificar áreas de mejora y desarrollar estrategias que maximicen la calidad educati-

va. Además, con el análisis detallado de los diferentes *inputs* se podrán tomar medidas correctivas para optimizar el uso de los recursos limitados. A la vez permitirá comparar el rendimiento en las diferentes unidades educativas de la comuna, lo que conducirá a una mejora continua en la educación. También es importante destacar, como parte de la contribución de este estudio, que no hay investigaciones recientes que tomen como unidades de toma de decisión a los establecimientos educacionales de la comuna de Puerto Varas, por lo que el manejo de información sobre la eficiencia técnica en estos establecimientos es acotado.

Para futuras investigaciones se podría evaluar el cambio en la productividad educativa, a través de un análisis temporal que permita visualizar cómo ha evolucionado la eficiencia de los establecimientos de la comuna de estudio a lo largo del tiempo. También se podría analizar si los cambios en la productividad se deben a mejoras en la eficiencia técnica (hacer más con los mismos recursos) o el cambio tecnológico (adopción de nuevas prácticas o tecnología). Comparar la eficiencia de diferentes tipos de instituciones (públicas, privadas y subvencionadas) permite identificar patrones de desempeño y detectar áreas de mejora. Además, es relevante examinar cómo factores como el tamaño de la institución, su ubicación geográfica y el nivel socioeconómico de los estudiantes influyen en la productividad educativa.

También resulta fundamental identificar a las instituciones que se encuentran en la "frontera" de eficiencia, es decir, aquellas que logran los mejores resultados en relación con los recursos disponibles— y analizar sus características con el fin de recomendar mejores prácticas a otras instituciones.

Entre las recomendaciones clave, se destaca la necesidad de contar con una base de datos robusta, que incluya información longitudinal sobre insumos (como recursos finan-

cieros e infraestructura) y resultados (como el desempeño académico), lo que permitirá realizar evaluaciones más precisas y apoyar la toma de decisiones basadas en evidencia.

Los resultados obtenidos coinciden en parte con los hallazgos de estudios previos que han identificado diferencias de eficiencia entre establecimientos según tipo de administración y localización. Sin embargo, a diferencia de muchos trabajos que se enfocan únicamente en logros académicos, esta investigación incorpora indicadores de desarrollo personal y social (IDPS), lo que amplía la comprensión del desempeño escolar desde una perspectiva más integral. Además, al centrarse en una comuna específica y aplicar una comparación entre modelos CRS y VRS, se aportan evidencias concretas para orientar mejoras educativas a nivel local, lo que representa una contribución original dentro del contexto chileno.

Financiamiento

“Esta investigación no recibió una subvención específica de ninguna agencia de financiación en los sectores público, comercial o sin fines de lucro.”

Declaración de Conflicto de Intereses

“El(los) autor(es) declara(n) no tener potenciales conflictos de interés con respecto a la investigación, autoría y/o publicación de este artículo.”

Declaración de Aprobación Ética o Consentimiento Informado

Los investigadores mantendrán de forma segura todos los archivos y datos recopilados

en un gabinete cerrado con llave en la oficina de los investigadores principales.”

Autoría y Contribución de los Autores

Bárbara Lobos. Conceptualización, Curación de datos, Investigación, Recursos, Visualización, Redacción, Borrador original

Luis Ojeda. Análisis formal, Investigación, Metodología, Supervisión, Validación, Redacción, Borrador original, Redacción, Visualización, Revisión y edición

Leonardo Pacheco. Investigación, Metodología, Administración del proyecto, Redacción, Revisión y edición

Referencias

- Agencia de Calidad de la Educación. (s.f). *Los Indicadores de desarrollo personal y social en los establecimientos educacionales chilenos: una primera mirada*. https://archivos.agenciaeducacion.cl/estudios/Estudio_Indicadores_desarrollo_personal_social_en_establecimientos_chilenos.pdf
- Arévalo, A.; Giménez, V. & Prior, D. (2022). Análisis de eficiencia en educación: una aplicación del método StoNED. *Desarrollo y Sociedad*, 92, 45-91. <https://www.redalyc.org/journal/1691/169172962003/html/>
- Banker, R. D., Charnes, A., & Cooper, W. W. (1984). Some models for estimating technical and scale inefficiencies in data envelopment analysis. *Management Science*, 30(9), 1078–1092. <https://doi.org/10.1287/mnsc.30.9.1078>
- Bellei, C. (2015). *El gran experimento: Mercado y privatización de la educación chilena* (1ª ed.). LOM Ediciones. <https://doi.org/10.3917/s.lom.belle.2015.01>
- Buitrago Suescún, O. Y., Espitia Cubillos, A. A., & Molano García, L. (2017). Análisis envolvente de datos para la medición de la eficiencia en instituciones de educación superior: una revisión del estado del arte. *Revista Científica General José María Córdova*, 15(19), 147–173. <https://doi.org/10.21830/19006586.84>

- CEPAL. (2020). *Panorama social de América Latina 2020*. Comisión Económica para América Latina y el Caribe. <https://www.cepal.org/es/publicaciones/46688-panorama-social-america-latina-2020>
- Charnes, A., Cooper, W. W., & Rhodes, E. (1978). Measuring the efficiency of decision making units. *European Journal of Operational Research*, 2(6), 429–444. [https://doi.org/10.1016/0377-2217\(78\)90138-8](https://doi.org/10.1016/0377-2217(78)90138-8)
- Cohen, Wladimir. (2010). *Eficiencia técnica de las universidades chilenas pertenecientes al consejo de rectores* [Tesis de Magíster]. Universidad Austral de Chile.
- Contreras, D. (2001). *Evaluating a voucher system in Chile: Individual, family and school characteristics* (Documento de Trabajo No. 175). Facultad de Ciencias Económicas y Administrativas, Universidad de Chile.
- Cultural, S. A. de Ediciones. (1999). *Diccionario de marketing*. Madrid, España: Cultural, S. A. de Ediciones. ISBN 978-8480552554
- De Jorge, J., Díaz, J., Rodríguez, D. & Segura, J. (2018). Análisis de la eficiencia educativa y sus factores explicativos considerando el efecto de la titularidad en Colombia con datos PISA 2012. <https://revistas.uniandes.edu.co/index.php/dys/article/view/6715/6946>
- De Pablo, J. C. (1971). Una reseña sobre la frontera de posibilidades de producción. *Económica*, 17(2), 153–183. Recuperado de <https://revistas.unlp.edu.ar/Economica/article/view/8922>
- Domínguez, C. (2020). Análisis de eficiencia de centros educativos. [Tesis doctoral] Universidad Pablo de Olavide. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/tesis?codigo=291855>
- Donoso, S., Aguirre, M., Espinoza, C., Manríquez, P. & Silva, M. (1999). Análisis de la eficiencia de la educación básica mediante el método de fronteras estocásticas de producción: el caso de la comuna de Talca. *Estudios Pedagógicos*, 25, 21-49. https://www.scielo.cl/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0718-07051999000100002
- Escorcía, R.; Visbal, D. & Agudelo, J. (2015). Eficiencia en las instituciones educativas públicas de la ciudad de Santa Marta (Colombia) mediante análisis envolvente de datos. *Ingeniare. Revista chilena de ingeniería*, 23(4), 579-593.
- Farrell, M. J. (1957). *The Measurement of Productive Efficiency*. *Journal of the Royal Statistical Society: Series A (General)*, 120(3), 253–290. <https://doi.org/10.2307/2343100>
- Farren, D., Mizala, A., & Romaguera, P. (2002). Eficiencia técnica de los colegios en Chile. *Applied Economics*, 34(12), 1533–1552. <https://doi.org/10.1080/00036840110103256>.
- Fernández, A. & González, P. (2019). Análisis de la eficiencia técnica escolar en Chile de los establecimientos financiados por el Estado, incorporando sus recursos financieros. *Propuesta Educativa*, 2(52), 89-96. <https://www.redalyc.org/journal/4030/403062991008/html/>
- Gómez, J.; Buendía, F.; Solana, J. & García, J. (2003). Estudio de la eficiencia de los centros de enseñanza secundaria de la ciudad de Murcia a través del análisis envolvente de datos. *Revista de Investigación Educativa*, 21(1), 113-133. <https://revistas.um.es/rie/article/view/99121/94721>
- González, P. & Fernández, A. (2019). Análisis de la eficiencia técnica escolar de los establecimientos financiados por el Estado, incorporando sus recursos financieros. *Propuesta Educativa*, 2(52), 79-96.
- González, J. M., & Moreno, L. (2018). *Production efficiency measurement and its determinants across OECD countries: The role of business sophistication and innovation*. *Economic Analysis and Policy*, 57, 60–73. <https://doi.org/10.1016/j.eap.2017.11.003>
- Ley 20285 de 2008. *Ley sobre acceso a la información pública*. (20 de agosto de 2008).
- López-Torres, L., & Prior, D. (2020). Measuring efficiency and effectiveness in education. *Annals of Operations Research*, 295(1), 543–564. <https://doi.org/10.1007/s10479-020-03541-6>
- Mankiw, G. (2012). *Principios de Economía*. Paraninfa. (6ª ed.). <https://clea.edu.mx/biblioteca/files/original/bd2711c3969d92b-67fcf71d844bcbaed.pdf>
- Mella, S. (2010). *La reforma educacional de 1981 en la comunidad educativa de la provincia*

- de Concepción* [Tesis de licenciatura, Universidad de Concepción].
- Miranda, J. C., & Araya, L. del C. (2003). Eficiencia económica en las escuelas del MECE/RURAL desde la perspectiva del análisis envolvente de datos (DEA). *Estudios Pedagógicos*, 29, 27–37. https://mingaonline.uach.cl/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0718-07052003000100002
- Ministerio de Educación del Gobierno de Chile (2017). Informe Nacional: Revisión de las políticas educativas en Chile, desde el 2001 a 2016. *Centro de Estudios Mineduc*. https://centro-estudios.mineduc.cl/wp-content/uploads/sites/100/2017/06/CBR_Mineduc-WEB.pdf
- OECD. (2022). Education at a glance 2022: OECD indicators. OECD Publishing. <https://doi.org/10.1787/3197152b-en>
- Podinovski, V. V., & Emrouznejad, A. (2009). *Data Envelopment Analysis – Basic Models and Their Utilization*. *Organizacija*, 42(2), 37–43. <https://doi.org/10.2478/v10051-009-0001-6>
- R Core Team (2024). *R: A language and environment for statistical computing*. RFoundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. <https://www.R-project.org/>



Copyright © The Author(s) - 2026